

1.7 Badanie ruchu precesyjnego żyroskopu (M8)

Celem ćwiczenia jest: zbadanie zależności okresu precesji żyroskopu od okresu obrotu tarczy żyroskopu, zbadanie wpływu masy ciężarka na precesję oraz wyznaczenie momentu bezwładności tarczy.

Zagadnienia do przygotowania:

- bryła sztywna i jej moment bezwładności;
- równanie ruchu obrotowego bryły sztywnej;
- żyroskop (błąk symetryczny) i jego zastosowania;
- zjawisko precesji.

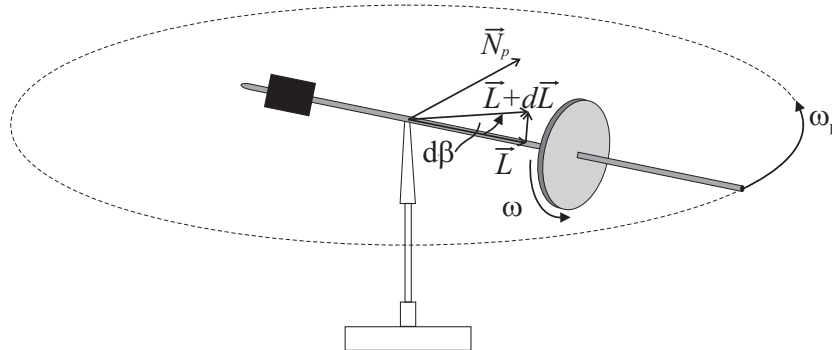
Literatura podstawowa: [2], [5], [6].

1.7.1 Podstawowe pojęcia i definicje

Pojęcie bryły sztywnej, momentu bezwładności oraz dynamika ruchu obrotowego bryły sztywnej zostały omówione w rozdziale 1.6.

Żyroskop

Żyroskop (błąk symetryczny) to bryła sztywna o symetrii obrotowej zawieszona w taki sposób, że jeden z punktów osi symetrii obrotowej zajmuje stałe położenie w przestrzeni (rysunek 1.7.1). Zawieszenie pozwala na wprawienie tej bryły w ruch obrotowy wokół wspomnianej osi. Najczęściej moment bezwładności żyroskopu względem tej osi jest wyraźnie większy od momentów bezwładności względem innych osi głównych.



Rys. 1.7.1: Schematyczne przedstawienie żyroskopu. Zaznaczono działający na żyroskop nie-zrównoważony moment siły \vec{N}_p powodujący precesję, moment pędu żyroskopu \vec{L} i jego zmianę $d\vec{L}$, oraz kąt β o jaki obraca się wektor momentu pędu w czasie precesji.

Precesja

Jeżeli żyroskop podlega działaniu zewnętrznego momentu siły \vec{N} , jego moment pędu \vec{L} zmienia się w czasie zgodnie z równaniem ruchu obrotowego bryły sztywnej

$$\vec{N} = \frac{d\vec{L}}{dt}. \quad (1.7.1)$$

Gdy nie występuje wypadkowy moment siły ($\vec{N} = 0$), to bryła sztywna o momencie bezwładności J obraca się ze stałą prędkością kątową $\vec{\omega}$ i jej moment pędu pozostaje stały

$$\vec{L} = J\vec{\omega} = \text{const}. \quad (1.7.2)$$

Moment siły \vec{N}_p prostopadły do wektora \vec{L} nie zmienia wartości momentu pędu, lecz jego kierunek. Jeżeli moment siły \vec{N}_p działa przy tym w sposób ciągły, to w sposób ciągły zmienia się również kierunek wektora momentu pędu \vec{L} . Wtedy żyroskop obraca się wokół osi prostopadłej do płaszczyzny wyznaczonej przez wektory \vec{L} i \vec{N}_p . Taki obrót żyroskopu pod wpływem zewnętrznego momentu siły nazywamy precesją (rysunek 1.7.1). Zmianę momentu pędu można zapisać skalarnie jako:

$$\frac{dL}{dt} = L \frac{d\beta}{dt} = L\omega_p, \quad (1.7.3)$$

gdzie β jest kątem o jaki obraca się wektor \vec{L} , a ω_p jest częstością precesji żyroskopu. Ze wzorów (1.7.1), (1.7.2) i (1.7.3) otrzymujemy:

$$N_p = J\omega_p\omega. \quad (1.7.4)$$

Jeżeli zewnętrzny moment siły działający na żyroskop pochodzi od dodatkowego obciążenia o masie m , którego ramię działania jest równe r , to wartość tego momentu siły wynosi $N_p = mgr$, gdzie g to przyspieszenie ziemskie. Wtedy zapisując odpowiednie częstości za pomocą okresów dostajemy związek, który będzie sprawdzany doświadczalnie:

$$mgr = \frac{J4\pi^2}{TT_p}. \quad (1.7.5)$$

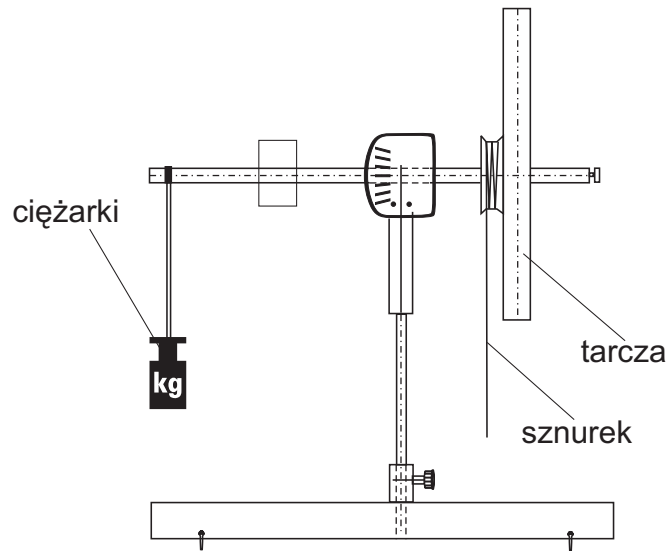
1.7.2 Przebieg pomiarów

Układ doświadczalny

Przyrządy: żyroskop, dodatkowe ciężarki, sznurek do rozpędzania tarczy, bramka z fotokomórką (do pomiaru okresu obrotu tarczy T), stoper (do pomiaru okresu precesji T_p), duża suwmiarka lub pryzmiar.

Schemat żyroskopu używanego w ćwiczeniu pokazany jest na rysunku 1.7.2. Zasadniczą częścią żyroskopu jest ramię zakończone z jednej strony obracającą się tarczą,

a z drugiej strony ciężarkiem równoważącym masę tarczy. Dzięki specjalnemu zamocowaniu ramię może się obracać w dowolnej płaszczyźnie przechodzącej przez punkt mocowania. Precesję obracającego się żyroskopu można wywołać mocując dodatkowe obciążenie.



Rys. 1.7.2: Żyroskop używany do pomiaru czasu precesji.

Przebieg doświadczenia

Przed przystąpieniem do doświadczenia należy zrównoważyć swobodne ramię żyroskopu (bez dodatkowych ciężarków). W celu wyznaczenia zewnętrznego momentu siły zmierzyć r - ramię działania siły. Zmierzyć promień tarczy żyroskopu R i zanotować masę tarczy $M_t = 1290\text{ g}$.

Dla nabrania wprawy w przeprowadzaniu pomiarów wskazane jest przeciwiczenie kolejnych czynności. Przy zablokowanym ramieniu żyroskopu nawinąć sznurek, a następnie rozpędzić tarczę energicznie rozwijając sznurek. Zmierzyć okres obrotu tarczy T_1 za pomocą bramki. Odblokować ramię żyroskopu. Zmierzyć stoperem okres precesji żyroskopu T_p . Zablokować ramię żyroskopu i ponownie zmierzyć okres obrotu tarczy T_2 . Podwójny pomiar okresu obrotu tarczy ma na celu uwzględnienie utraty prędkości obrotowej tarczy wywołanej tarciem. Wygodnie jest mierzyć stoperem połowę okresu precesji, kiedy ramię obraca się w zakresie kątów od 90° do 270° .

Badanie zależności $1/(TT_p)$ od masy obciążnika m

Masę obciążnika zmieniać od 10 do 100 gramów z krokiem co 10 gramów. Dla każdej masy kilkakrotnie wykonać pomiary T_1 , T_p i T_2 .

Badanie zależności $1/T_p$ od okresu obrotu tarczy T

Na bazie poprzednich pomiarów dobrać masę obciążnika m , dla której najłatwiej wykonywać pomiary. Wielokrotnie wykonać pomiary T_1 , T_p i T_2 , przy czym należy równomiernie pokryć przedział od najkrótszych do najdłuższych okresów obrotu tarczy.

1.7.3 Opracowanie wyników

Przyjmując, że tarcza jest krążkiem o promieniu R i masie M_t , obliczyć moment bezwładności tarczy J . Dla każdego pomiaru obliczyć średni okres obrotu tarczy $T = (T_1 + T_2) / 2$. Zrobić wykresy zależności $1/(TT_p)$ od masy obciążnika m , oraz zależności $1/T_p$ od okresu obrotu tarczy T . Dla tych zależności przeprowadzić regresję liniową, a korzystając ze współczynnika regresji obliczyć moment bezwładności tarczy J . Sprawdzić zgodność momentów bezwładności tarczy wyznaczonych różnymi metodami. Dla wszystkich wyznaczonych wielkości obliczyć niepewności.