

V7 - Badanie drgań oscylatora tłumionego za pomocą smartfonu i sprężyny.

I Pracownia Fizyczna, WFAIS UJ

1. Cel ćwiczenia

Wyznaczenie współczynnika sprężystości sprężyny oraz współczynnika tłumienia przy użyciu samodzielnie skonstruowanego układu doświadczalnego

2. Podstawowe wiadomości

Oscylatorem harmonicznym to układ drgający harmonicznie, tzn. w którym na ciało wytrącone z położenia równowagi działa siła proporcjonalna do wychylenia i skierowana przeciwnie do wychylenia:

$$F = m d^2x/dt^2 = - kx \quad (1)$$

gdzie F_s – siła sprężystości, k – stała sprężystości zwana niekiedy (bardziej obrazowo) sztywnością, x – wychylenie z położenia równowagi. Zależność wychylenia $x(t)$ od czasu t , rozwiązująca równanie ruchu (1) jest *harmoniczna*, tj. opisana funkcją cosinus lub sinus:

$$x(t) = A_x \cos(\omega t + \phi_x) \quad (2a)$$

gdzie ω – częstość kołowa drgań, związana z okresem T przez relację $\omega = 2\pi/T$ oraz:

$$\omega^2 = k/m \quad (3)$$

Jeśli zależności $x(t)$ nie możemy wyznaczyć w eksperymencie (np. filmując ruch i korzystając z programu Tracker opisanego w instrukcji do ćwiczenia V-6) a posiadamy smartfon z czujnikiem przyspieszenia (np. przy wykorzystaniu aplikacji Phyphox) to korzystać możemy z zależności:

$$a(t) = d^2x/dt^2 = A_a \cos(\omega t + \phi_a) \quad (2b)$$

gdzie amplituda i faza jest inna niż dla $x(t)$ ale zachowane są inne cechy zależności czasowej.

Współczynnik sprężystości można wyznaczyć z pomiaru ω . Można go też oszacować z eksperymentu rozciągnięcia sprężyny o długość x_0 pod wpływem siły ciężkości:

$$mg = k x_0 \quad (4)$$

Oscylatorem, którego amplituda drgań maleje z upływem czasu na skutek strat energetycznych układu nazywamy oscylatorem tłumionym. Równanie oscylatora tłumionego ma postać:

$$F = m d^2x/dt^2 = - kx - b dx/dt \quad (5)$$

Jest to podstawowy wzór opisujący oscylator harmoniczny (1) zawierający dodatkowy człon $b dx/dt$ proporcjonalny do prędkości ciała. Występuje on np. w prawie Stokesa (ćwiczenie M16).

Równanie ruchu (5) posiada rozwiązanie, które opisuje ruch *oscylacyjny* jeśli tzw. współczynnik tłumienia $\beta = b/(2m)$ jest mniejszy niż ω . Wtedy rozwiązanie ma postać:

$$x(t) = A_x \exp(-\beta t) \cos(\omega_1 t + \phi_x) \quad (6a)$$

lub
$$a(t) = d^2x/dt^2 = A_a \exp(-\beta t) \cos(\omega_1 t + \phi_a) \quad (6b)$$

gdzie amplituda i faza jest inna niż dla $x(t)$ ale zachowane są inne cechy zależności czasowej, np. eksponencjalne tłumienie amplitudy

$$A_1 = A \cdot e^{-\beta t} \quad (7)$$

A – amplituda początkowa (dla $t=0$), A_1 – amplituda drgań tłumionych, oraz częstość kołowa drgań tłumionych:

$$\omega_1^2 = \omega^2 - \beta^2 = k/m - b^2/(4m^2)$$

3. Układ doświadczalny

Podstawowymi elementami układu doświadczalnego są sprężyna, smartfon z pobraną aplikacją **Phyphox** oraz laptop/tablet/inny smartfon, podłączony do tej samej sieci oraz skonfigurowany wg. instrukcji zawartej poniżej w *Materiałach dodatkowych* do zdalnego uruchamiania pomiaru. W skład układu wchodzić będą także puszka z napojem (pełniąca funkcję obciążnika), pojemnik na wodę (np. wiaderko, odpowiednia odcięta część dużej butelki, zlewka, wazon, etc.), folia spożywcza i sznurek lub taśma klejąca.

4. Przebieg eksperymentu

4.1. Wyznaczenie współczynnika sprężystości sprężyny dla różnych jej długości.

Jeden z końców sprężyny zawiesić na klamce od drzwi. Do drugiego jej końca należy przymocować owinięty w celach bezpieczeństwa grubszą warstwą folii spożywczej telefon (z uruchomiona w trybie „Sprężyna” programem **Phyphox**) wraz z obciążeniem w postaci puszki z napojem. Następnie wychylić układ z położenia równowagi poprzez rozciągnięcie sprężyny pociągając telefon z puszką w stronę podłogi, a puszczać uruchomić pomiar zdalny. Zatrzymać pomiar, gdy na przedstawionym wykresie w zakładce „Surowe dane” (Akcelerometr – składowa y) ukaże się wykres drgań harmonicznym (dla całej długości sprężyny $t \approx 25$ s). Wyeksportować dane w rozszerzeniu Excela i zanotować wartości okresu oraz częstotliwości z zakładki „Rezultaty”. Całość doświadczenia powtórzyć dla odpowiednio skróconej sprężyny do odpowiednio ok 2/3 i 1/2 długości.

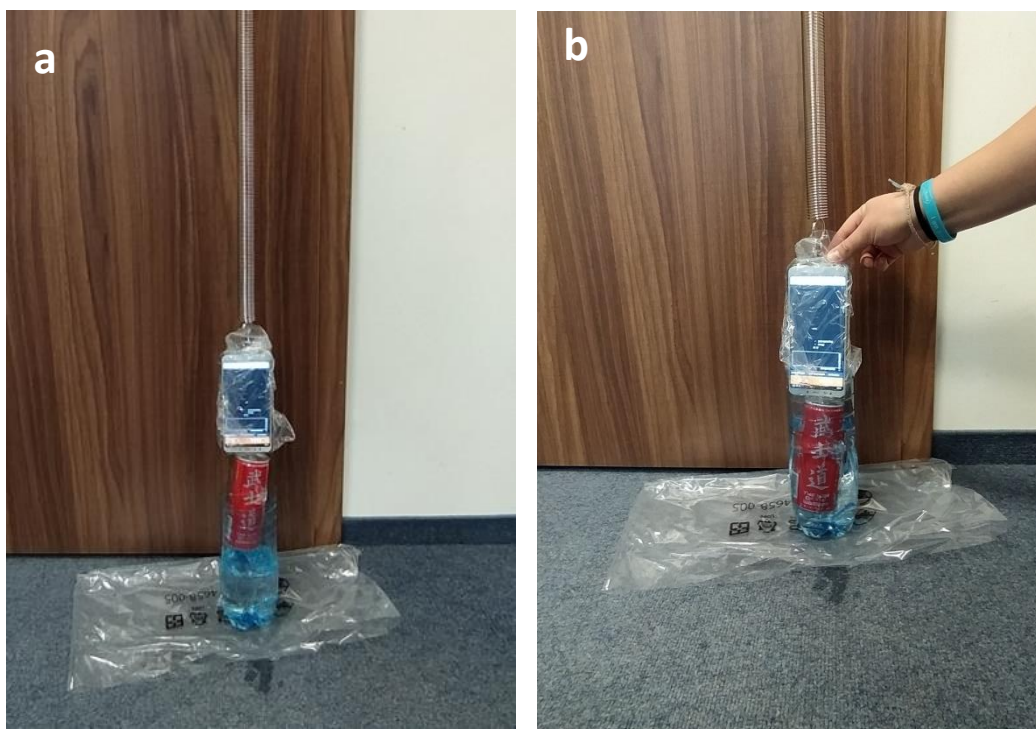
Uwaga! W celach bezpieczeństwa użytego w pomiarze smartfona pamiętać należy o delikatnym rozciąganiu sprężyny oraz odpowiednim jej wychyleniu, by telefon nie uderzył w drzwi co zakłóci pomiar ale przede wszystkim może zagrozić bezpieczeństwu używanego do pomiaru smartfona.

4.2. Badanie drgań tłumionych oscylatora.

Przebieg doświadczenia jest niemal identyczny jak w punkcie 4.1. Jediną różnicę stanowi tutaj obecność czynnika tłumiącego – wody, która należy wlać do dostępnego naczynia (wiadro, obciążona duża

butelka, wazon, zlewka, odpowiednio duży słoik, dzbanek, etc.). Istotnym jest, by poziom wody był odpowiedni, tzn. by w momencie zanurzenia obciążenia jej poziom sięgał do minimum $\frac{3}{4}$ wysokości obciążnika (puszki). Należy unikać odchyień w ruchu całego układu na boki, bo znacznie wpłynie to na pomiar oraz może spowodować przewrócenie pojemnika z wodą. [Zastanów się jak siła wyporu zależy od wychylenia x zmodyfikuje równanie ruchu (5)].

Uwaga! To doświadczenie należy wykonywać szczególnie starannie i ostrożnie, by nie zamoczyć smartfona. Poleca się także zabezpieczenie go na każdym etapie doświadczenia, poprzez np. owinięcie grubą warstwą folii spożywczej, gąbką, folią bąbelkową, etc.



Rys. 3. Przebieg doświadczenia badania drgań tłumionych oscylatora z wykorzystaniem obciążenia oraz ośrodka tłumiącego (woda)

5. Opracowanie wyników i dyskusja

5.1. Wyznaczenie współczynnika sprężystości sprężyny dla różnych jej długości.

a) Z utworzonych w programie OriginLab wykresów $a(t)$ wyznaczyć średnie wartości okresu i częstotliwości dla ok. 10 kolejnych przebiegów z wyznaczeniem niepewności przypadkowych. Wynik porównać z wartością otrzymaną w programie **Phyphox**.

b) Korzystając z prawa Hook'a wyznaczyć stałą sprężystości wraz z niepewnościami dla każdej z długości sprężyny. Korzystając z tych wartości oraz z wyznaczonych częstotliwości wyznaczyć masę oscylatora $m = k/\omega^2$ (porównaj z danymi użytego układu). Załączyć wykresy $a(t)$ dla każdej z wspomnianych długości. Przedyskutować otrzymane wyniki – czy się różnią i jeśli tak, to dlaczego.

5.2. Badanie drgań tłumionych oscylatora.

a) Przeprowadzić dyskusję, w jaki sposób zanika amplituda w oscylatorze tłumionym. Zebrane w aplikacji **Phyphox** dla kilku wychyleń sprężyny dane wygenerować w formie wykresów $a(t)$. Wyznaczyć współrzędne kolejnych maksimów A_1 (równanie (7)) następnie przedstawić je w formie wykresu punktowego w programie **OriginLab** i dopasować krzywą eksponencjalną z członem stałym, tj. $y = A \exp(-Bx) + C$ aby wyznaczyć współczynnik tłumienia β . Korzystając ze źródeł (literatura, internet) określić z jakim tłumionym oscylatorem harmonicznym mamy do czynienia – silnie tłumionym, krytycznie tłumionym, słabo tłumionym czy nietłumionym.

DLA AMBITNYCH: Spróbuj dopasować oryginalne dane $a(t)$ za pomocą funkcji (6b) z dodatkowym członem stałym C , wprowadzając do programu **OriginLab** funkcję zdefiniowaną przez siebie.

b) Analogicznie jak w zadaniu 5.1.a) wyznaczyć częstości drgań tłumionych wraz z niepewnościami. Wyniki przedyskutować dla każdej z długości sprężyny – czy się różnią i jeśli tak, to dlaczego.

UWAGA: Jeśli zależności $a(t)$ nie możemy wyznaczyć w eksperymencie bo nie posiadamy smartfonu z czujnikiem przyspieszenia (użytego wygodnie w aplikacji **Phyphox**) wtedy opracowanie wyników przeprowadzamy dla zależności $x(T)$, wyznaczonych przy pomocy programu Tracker (opisanego w instrukcji do ćwiczenia V-6) z filmów nagranych smartfonem, kamerą lub aparatem fotograficznym.

6. Forma sprawozdania

Sprawozdanie proszę przygotować w formie elektronicznej i przesłać do asystenta na odpowiedni adres mailowy. W sprawozdaniu zamieścić:

- 1) krótki wstęp teoretyczny z najważniejszymi wiadomościami niezbędnymi do wykonania i przeanalizowania ćwiczenia,
- 2) zdjęcia układów pomiarowych,
- 3) opracowanie wyników i ich dyskusję.

6. Literatura

1. <https://www.youtube.com/watch?v=VbL4IIInVAO4&feature=youtu.be>
 2. Instrukcja do ćwiczenia M19 – I Pracownia Fizyczna
 3. **Instrukcja do ćwiczenia M22 – I Pracownia Fizyczna**
 4. David Halliday et. al. „Podstawy fizyki tom 1”
-

7. Materiały dodatkowe

Aby połączyć smartfona (będącego częścią układu eksperymentalnego) z laptopem/innym smartfonem/tabletem (umożliwiającego uruchomienie zdalne pomiaru) należy uruchomić aplikację **Phypox**, następnie w dziale „MECHANIKA” wejść w opcję „Sprężyna”. Klikając menu (trzy pionowe kropki w prawym górnym rogu) zaznaczyć opcję „dostęp zdalny” i zatwierdzić aplikację, klikając OK w wyświetlającym się ostrzeżeniu bezpieczeństwa. Na dole ekranu pojawi się informacją o włączonym dostępie zdalnym. Wskazany w niej adres URL należy skopiować lub przepisać do okna przeglądarki urządzenia, które będzie służyło do zdalnego sterowania eksperymentem. Po wpisaniu adresu URL dojdzie do przeniesienia na stronę eksperymentu. Uruchamianie i zatrzymywanie każdego ćwiczenia zdalnie umożliwia ikonka play (▶) oraz pauza (||). W celu zapisania danych pomiarowych po zakończeniu każdego pomiaru należy wejść w menu ((trzy pionowe kropki w prawym górnym rogu), wybrać opcję „Eksportuj dane” i kliknąć „Download Data) przy rozszerzeniu pliku Excel.