

E11

Badanie krzywej rozładowania kondensatora. Pojemność zastępcza układu kondensatorów.

Celem ćwiczenia jest obserwacja rozładowywania kondensatorów o różnej pojemności, powiązanie wyników tych obserwacji z pojemnością kondensatorów mierzoną miernikiem oraz wyznaczenie pojemności zastępczej równoległego i szeregowego połączenia kondensatorów.

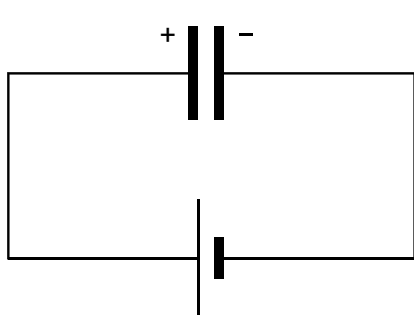
Zagadnienia do przygotowania:

- kondensator, pojemność kondensatora (definicja, jednostki),
- połączenie równoległe i szeregowe dwóch kondensatorów, pojemność zastępcza,
- rozładowanie kondensatora przez opór, zależność prądu rozładowania od czasu.

1. Podstawowe pojęcia i definicje

Kondensator to dwa przewodniki, tak zwane okładki, odizolowane od siebie i umieszczone zwykle blisko jedna od drugiej (np. dwa płyty folii aluminiowej przełożone warstwą papieru i ciasno zwinięte). Na schematach elektrycznych kondensator przedstawiany jest w postaci symbolu $\text{—}||\text{—}$. Dwie grube pionowe kreski odpowiadają wspomnianym okładkom, a cienkie oznaczają metalowe doprowadzenia.

Ładowanie kondensatora polega na przeniesieniu elektronów z jednej okładki na drugą. Ta druga okładka ładuje się wtedy ujemnie, a pierwsza – dodatnio. Na schematach ideowych



naładowany kondensator przedstawiamy w postaci $\text{—}||\text{—}$. Aby naładować kondensator, wystarczy podłączyć go do źródła napięcia, które przeniesie odpowiedni ładunek z jednej okładki na drugą. Ładunek ten przepłynie oczywiście przez źródło napięcia w postaci krótkotrwałego prądu elektrycznego. Kondensator będzie ładowany do chwili, aż wytworzy się na nim napięcie równe sile elektromotorycznej źródła napięcia. Niech to napięcie wynosi U . Zastanówmy się ile ładunku Q , obydwu znaków,

zgromadziło się na kondensatorze? W ten sposób doszliśmy do podstawowego parametru technicznego cechującego kondensator tj. do jego pojemności. Otóż ilość ładunku Q okazuje się proporcjonalna do napięcia ładującego U , a współczynnik tej proporcjonalności nazwano pojemnością C danego kondensatora

$$Q = CU. \quad (1.1)$$

Jednostką pojemności jest farad (F). Jest to pojemność takiego kondensatora, który naładowany ładunkiem 1 kulomba ($1 C$) wykazuje różnicę potencjałów 1 wolta ($1 V$) między okładkami. W praktyce używa się kondensatorów o pojemnościach znacznie mniejszych od $1 F$. Zgodnie z ogólnymi zasadami definiuje się jednostki podwielokrotne (mniejsze): milifarad ($1 mF = 10^{-3} F$), mikrofarad ($1 \mu F = 10^{-6} F$), nanofarad ($1 nF = 10^{-9} F$) i pikofarad ($1 pF = 10^{-12} F$).

Łączenie kondensatorów. Nietrudno przewidzieć, że przedstawiony na Rys. 1a układ dwóch kondensatorów o pojemnościach C_1 i C_2 (takie połączenie kondensatorów nazywamy **połączeniem równoległym**) też jest kondensatorem, o pojemności $C = C_1 + C_2$.



Rys. 1. Połączenie równoległe dwóch kondensatorów (a) i jego układ ładowania (b).

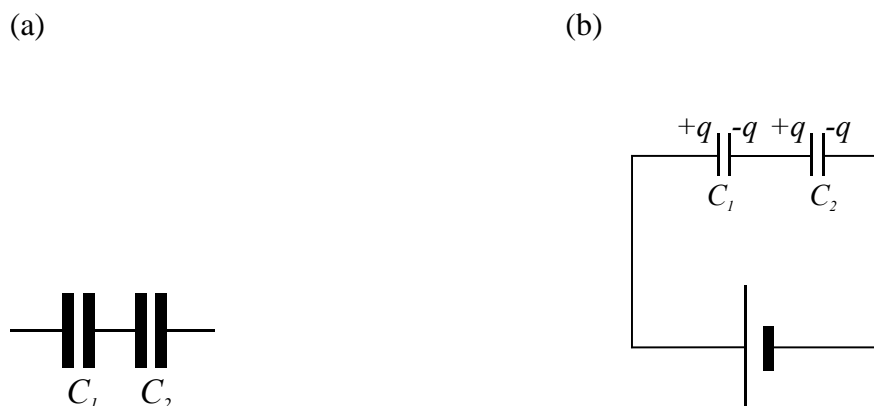
W przypadku ładowania do wspólnego napięcia U , jak w układzie na Rys. 1b, mamy bowiem dwa kondensatory obciążone tym samym napięciem U . Jeden kondensator przyjmie ładunek $Q_1 = C_1U$, drugi ładunek $Q_2 = C_2U$, czyli łącznie podczas ładowania przez źródło napięcia przepłynie ładunek

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1U + C_2U = (C_1 + C_2)U = CU.$$

Układ kondensatorów połączonych równoległe zachowa się więc jak kondensator o pojemności

$$C = C_1 + C_2. \tag{1.2}$$

Nieco bardziej skomplikowana sytuacja wystąpi przy **połączeniu szeregowym**:



Rys. 2. Połączenie szeregowe dwóch kondensatorów (a) i jego układ ładowania (b).

W takim układzie kondensatorów, po jego podłączeniu do źródła napięcia, wystąpi przepływ przez to źródło pewnego ładunku q między „zewnętrznyymi” okładkami (bo tylko te dwie

okładki są połączone poprzez źródło). Wyjaśnienia wymaga pojawienie się ładunków $+q$ i $-q$ na okładkach „wewnętrznych”: $\left[\begin{array}{c} -q \\ +q \end{array} \right]$. Jest ono skutkiem indukcji elektrostatycznej: okładki zewnętrzne, naładowane przez źródło napięcia, same przyciągają odpowiednie ładunki $-q$ oraz $+q$ na okładki wewnętrzne. Zauważmy że „środek”, czyli przewodnik $\left| \text{---} \right|$ pozostaje elektrycznie obojętny (zawiera tyle samo ładunków dodatnich co ujemnych, jak przed naładowaniem). Znajdźmy pojemność takiego układu kondensatorów. Napięcia na lewym i prawym kondensatorze spełniają odpowiednio relacje: $q = C_1 U_1$, $q = C_2 U_2$, przy czym $U_1 + U_2 = U$ (U jest napięciem dostarczonym przez źródło). Przez źródło przepłynął ładunek q , więc z definicji pojemności dostajemy dla całego układu kondensatorów (C oznacza pojemność tego układu):

$$q = CU = C(U_1 + U_2) = C\left(\frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2}\right) = q\left[C\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)\right].$$

Stąd mamy od razu $C\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = 1$, czyli

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (1.3)$$

Jest to szkolny wzór wiążący pojemność C szeregowego połączenia kondensatorów z ich poszczególnymi pojemnościami C_1 i C_2 .

Rozładowywanie kondensatora przez opór. Jeżeli naładowany kondensator odłączymy od źródła napięcia i jego okładki zewrzymy oporem (Rys. 3), to kondensator zachowa się jak czasowe źródło prądu i rozładowuje się. Przeanalizujemy zależność szybkości tego rozładowania od pojemności kondensatora.

Kondensator, naładowany do napięcia U , może być traktowany jako źródło napięcia. Po zwarciu okładek oporem R , przez opornik popłynie prąd o natężeniu, które w pierwszej chwili wyniesie (zgodnie z prawem Ohma)

$$I_0 = \frac{U}{R}. \quad (1.4)$$

Jednak przepływ prądu nieuchronnie powoduje rozładowywanie się kondensatora: maleje ładunek na nim zgromadzony i zgodnie z (1.1) maleje napięcie między jego okładkami, a w ślad za tym – będzie malał prąd płynący przez opornik. Spróbujmy opisać zależności między tymi wielkościami.

Jeżeli w danej chwili t (podczas trwania rozładowania) płynie prąd o natężeniu $I(t)$, to w krótkim czasie dt zawierającym chwilę t , przepłynie ładunek dq równy

$$dq = I(t)dt \quad (1.5)$$

(ładunek, który przepływa, jest iloczynem natężenia płynącego prądu i czasu jego przepływu). Przepływ ładunku dq spowoduje, że w czasie dt napięcie na okładkach nieco się obniży

(dokładnie o wartość $\frac{1}{C}dq$) a to z kolei sprawi, że na końcu chwili dt natężenie płynącego prądu będzie już nieco mniejsze, niż na początku (o wartość $\frac{1}{R}dq = \frac{1}{RC}dq$). Możemy to zapisać w postaci:

$$dI = -\frac{1}{RC}dq \quad (1.6)$$

(minus stad, że natężenie płynącego prądu maleje, czyli zmiana natężenia dI jest ujemna). Podstawiając tu $dq = Idt$ (tj. podstawiając (1.5) do (1.6)) otrzymujemy ostatecznie

$$dI = -\frac{1}{RC}I(t)dt. \quad (1.7)$$

Przeanalizujmy wzór (1.7). Wynika z niego, że zmiana natężenia prądu, następująca podczas rozładowywania w krótkim czasie dt (wybrany na dowolnym etapie tego rozładowania) jest proporcjonalna do aktualnego natężenia prądu rozładowania i odwrotnie proporcjonalna do pojemności kondensatora. Wynika z tego, że:

1. prąd rozładowania maleje tym szybciej (tj. tym większa jest wartość bezwzględna zmiany prądu dI), im mniejsza jest pojemność C - bo pojemność jest w mianowniku,
2. w miarę rozładowywania szybkość rozładowania maleje (im mniejszy prąd I , tym mniejszy jego spadek dI w takim samym, kolejnym odcinku czasu dt).

Celem doświadczenia jest zaobserwowanie i opisanie obydwu tych zależności.

2. Przebieg pomiarów

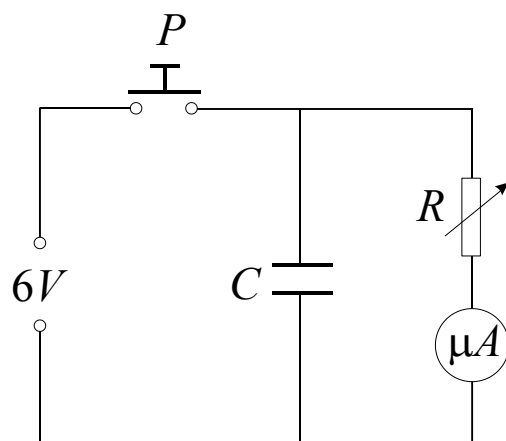
Układ doświadczalny

W skład układu doświadczalnego wchodzi: źródło stabilizowanego napięcia stałego (6 V), mikroamperomierz o zakresie do 100 μA , miernik uniwersalny, opornica dekadowa o zakresie co najmniej 40 $k\Omega$, przycisk załączający P, badane kondensatory, przewody połączeniowe, stoper.

Przebieg doświadczenia

W pierwszej części doświadczenia sprawdzamy wzory na równoległe i szeregowe łączenie pojemności. Miernikiem uniwersalnym, w sposób pokazany przez prowadzącego, mierzymy pojemności dwóch kondensatorów oraz ich połączeń: równoległego i szeregowego.

W drugiej części montujemy obwód do badania rozładowania kondensatora przez opór (Rys. 3). Naciśnięcie przycisku P powoduje zamknięcie obwodu i kondensator o pojemności C jest ładowany przez źródło napięcia 6V. Ponieważ okładki kondensatora są zwarte opornikiem R , więc kondensator może się równocześnie przez ten opornik powoli rozładowywać. Po chwili ustala się dynamiczna równowaga: kondensator już nie przyjmuje ładunku i cały stały prąd I_0 płynie przez opornik.



Rys. 3. Układ do badania rozładowania kondensatora.

Wyłącznikiem P odcinamy zasilanie, kondensator zaczyna się rozładowywać przez opornik i teraz zaczyna się właściwe doświadczenie. Zamierzamy prześledzić zależność prądu rozładowania od czasu. Prąd rozładowania pokazywany jest przez mikroamperomierz. Gdybyśmy dysponowali układem akwizycji danych zapisującym zależność tego prądu od czasu, to wystarczyłoby tę zależność przenieść na papier w postaci wykresu funkcji $I(t)$. Nie mamy takiego urządzenia i dlatego postąpimy następująco: będziemy powtarzali proces rozładowania kilkakrotnie, za każdym razem mierząc stoperem czas, w którym prąd zmaleje do kolejnych, zadanych przez nas, coraz mniejszych wartości- zbieramy krzywą rozładowania (Rys. 4) punkt po punkcie.

Wykonując to doświadczenie musimy przede wszystkim zadbać o mikroamperomierz, czyli dopilnować, aby natężenie prądu nie przekroczyło jego zakresu. Napięcie dostarczone przez źródło wynosi 6V. W roli opornika występuje opornica dekadowa (prowadzący pokaże, jak się jej używa). Jej opór dobieramy tak, aby natężenie prądu, nawet przy napięciu 6V nie przekroczyło $2/3$ zakresu mikroamperomierza. Odpowiedni rachunek należy wykonać samodzielnie, korzystając z prawa Ohma.

Po wciśnięciu przycisku P następuje proces ładowania. Obserwujemy mikroamperomierz, który pokazuje rosnący prąd, aż do jego ustabilizowania. W razie potrzeby tak zmieniamy opór opornicy dekadowej, aby prąd ustabilizował się na wartości $I_0 = 80 \mu A$. Regulację oporu prowadzimy ostrożnie, aby nie przekroczyć zakresu mikroamperomierza.

Zwolnienie przycisku P daje początek procesowi rozładowania. Mierzimy stoperem czas, w którym natężenie płynącego prądu zmaleje do wartości $70 \mu A$.

Ponownie ładujemy kondensator (naciskamy przycisk P , czekamy na pełne naładowanie kondensatora) i po zwolnieniu przycisku P mierzymy czas, po którym prąd zmaleje do $65 \mu A$. W ten sposób zbieramy całą zależność $I(t)$, co $5 \mu A$, aż do $5 \mu A$.

Powtarzamy opisaną serię pomiarów dla innych kondensatorów, o zmierzonych wcześniej pojemnościach.

3. Opracowanie wyników

Pierwsza część doświadczenia

Przeprowadzamy obliczenia konieczne dla porównania pojemności układów kondensatorów – tych zmierzonych i tych obliczonych teoretycznie. Metodą różniczki zupełnej obliczamy niepewności dla pojemności układów kondensatorów:

a) dla połączenia równoległego:

$$\text{skoro } C = C_1 + C_2, \text{ to oczywiście } \Delta C = \Delta C_1 + \Delta C_2.$$

b) dla połączenia szeregowego:

$$\text{skoro } C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \text{ (należy ten związek samodzielnie wyprowadzić), to}$$

$$\Delta C = \left| \frac{\partial C}{\partial C_1} \right| \Delta C_1 + \left| \frac{\partial C}{\partial C_2} \right| \Delta C_2.$$

Potrzebne tu pochodne cząstkowe należy obliczyć samodzielnie i jawnie wypisać w sprawozdaniu.

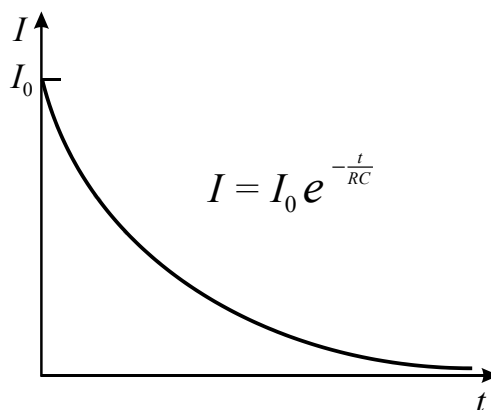
Druga część doświadczenia

Na **jednym** wykresie nanosimy serie punktów pomiarowych dla kolejnych kondensatorów (na osi poziomej czas, na pionowej – natężenie prądu). Szkicujemy przebiegi gładkich, monotonicznie malejących funkcji biegnących możliwie blisko tych punktów. Analizujemy kształty wykresów i porównujemy je ze sobą w sposób wcześniej omówiony.

Warto wiedzieć, że uzyskane krzywe to tak zwane *funkcje eksponencjalne*:

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}, \text{ gdzie } e = 2,718... \quad (1.8)$$

(e jest liczbą niewymierną – drugą, obok liczby π , ważną stałą matematyczną).



Rys. 4. Zależność prądu rozładowania od czasu.

Gdybyśmy umieli całkować, to moglibyśmy tę funkcję wyliczyć z wyprowadzonego wyżej równania $dI = -\frac{1}{RC} I(t) dt$, czyli z równania $\frac{dI(t)}{dt} = -\frac{1}{RC} I(t)$. Warto do tego tematu wrócić po wysłuchaniu wykładu z analizy matematycznej.