

3.2 Wyznaczanie pojemności kondensatora metodą rozładowania (E11)

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie pojemności kondensatora i ładunku na nim zgromadzonego oraz sprawdzenie zależności opisujących pojemności zastępcze dla baterii kondensatorów połączonych równolegle oraz szeregowo. Pomiary prowadzone są metodą rozładowania.

Zagadnienia do przygotowania:

- pojemność kondensatora – definicja;
- obwody RC ; ładowanie i rozładowanie kondensatora;
- zależność natężenia prądu płynącego w obwodzie RC od czasu;
- pojemność zastępcza (równoważna) baterii kondensatorów.

Literatura podstawowa: [15] §26.1, 26.2, 26.4, 28.8; literatura dodatkowa [2].

3.2.1 Podstawowe pojęcia i definicje

Pojemność kondensatora

Kondensatorem nazywamy układ dwóch przewodników (zwanych okładkami kondensatora) rozdzielonych dielektrykiem. Jeżeli ładujemy kondensator tj. zwiększamy ładunek q zgromadzony na jego okładkach, rośnie również różnica potencjałów (napięcie) U między okładkami kondensatora, przy czym iloraz q/U pozostaje stały. Iloraz q/U jest więc wielkością charakterystyczną dla danego kondensatora i nazywamy go pojemnością kondensatora. Pojemność kondensatora zależy od jego rozmiarów geometrycznych oraz od rodzaju wypełniającego go dielektryka. Jednostką pojemności w układzie SI jest farad ($1 F = 1 C/V$). W praktyce stosowane są jednostki podwielokrotne: mili-, mikro-, nano- i pikofarad ($10^{-3} F$, $10^{-6} F$, $10^{-9} F$ i $10^{-12} F$).

Rozładowanie kondensatora w obwodzie RC

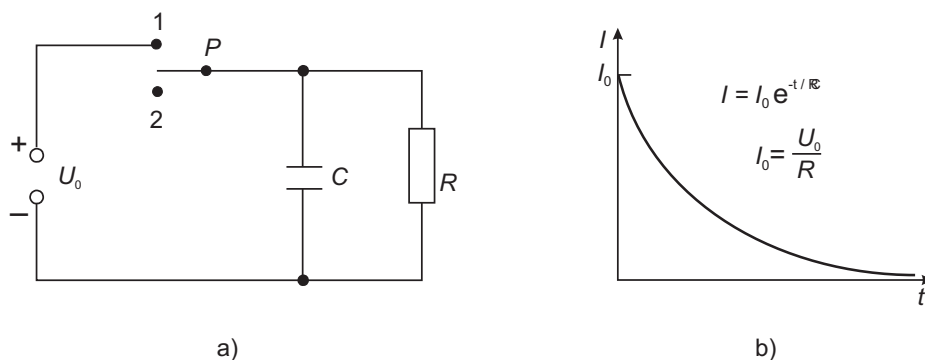
Szeregowy obwód RC przedstawiony jest na rysunku 3.2.1a (opór wewnętrzny źródła oraz opory połączeń zaniedbujemy). Po ustawieniu przełącznika (klucza) P w położenie 1 w obwodzie płynie prąd ładowania, aż do całkowitego naładowania kondensatora. Na okładkach kondensatora zgromadzony zostaje ładunek q , a między jego okładkami panuje różnica potencjału U_0 , taka że:

$$q = CU_0, \quad (3.2.1)$$

gdzie C jest pojemnością kondensatora. Po przestawieniu klucza P w położenie 2 następuje rozładowanie kondensatora. Jeżeli z okładki odprowadzony zostanie ładunek dq to różnica potencjałów między okładkami zmaleje o dU i spełniony będzie związek:

$$q - dq = C(U_0 - dU). \quad (3.2.2)$$

Odejmując stronami równania (3.2.1) i (3.2.2) otrzymamy:



Rys. 3.2.1: Obwód RC : a) schemat obwodu RC , b) zależność prądu rozładowania od czasu.

$$dq = C dU. \quad (3.2.3)$$

Przez opór R popłynie prąd I spełniający warunek:

$$-dq = I dt, \quad (3.2.4)$$

a ponieważ w obwodzie mamy tylko opór omowy, więc:

$$dU = R dI. \quad (3.2.5)$$

Po wstawieniu równań (3.2.4) i (3.2.5) do równania (3.2.3) i przekształceniach otrzymujemy:

$$\frac{dI}{I} = -\frac{1}{RC} dt, \quad (3.2.6)$$

skąd po scałkowaniu:

$$\ln \frac{I}{I_0} = -\frac{1}{RC} t, \quad (3.2.7)$$

co można zapisać w postaci równoważnej:

$$I = I_0 e^{-t/\tau}, \quad (3.2.8)$$

gdzie $\tau = RC$ nazywamy stałą czasową obwodu, I_0 jest prądem płynącym w obwodzie w chwili $t = 0$. Z ostatniego wzoru wynika, że natężenie prądu rozładowania maleje wykładniczo z czasem, z szybkością określoną przez stałą czasową τ (rysunek 3.2.1b).

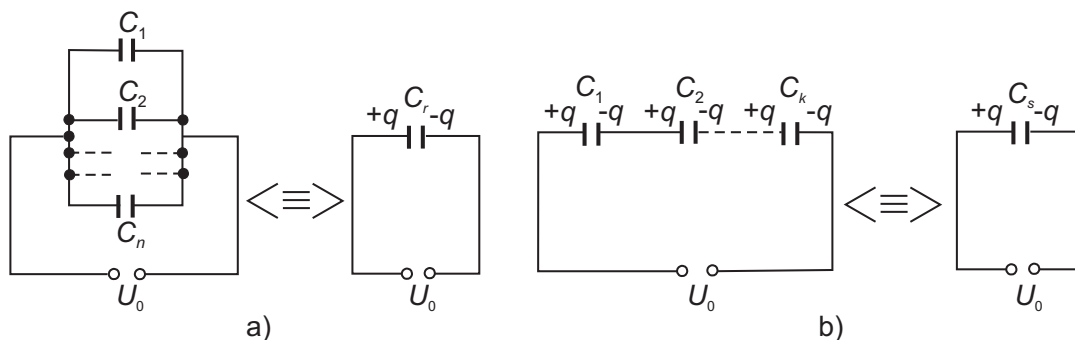
Znając stałą czasową τ i wartość I_0 (w naszym przypadku $I_0 = U_0/R$) możemy obliczyć ładunek q , który został zgromadzony na okładkach kondensatora. W chwili $t = 0$ na kondensatorze znajduje się ładunek q , a po całkowitym rozładowaniu, czyli w chwili $t = \infty$ na kondensatorze jest ładunek 0. Więc podstawiając równanie (3.2.8) do

równania (3.2.4) i całkując po czasie w granicach $(0, \infty)$ oraz po ładunku w granicach $(q, 0)$ otrzymujemy:

$$q = \tau I_0. \quad (3.2.9)$$

Łączenie kondensatorów

Rozważmy tutaj najprostsze połączenia kondensatorów tj. połączenie szeregowe i równoległe (rysunek 3.2.2). Wyznaczając pojemność zastępczą układu (baterii) kondensatorów korzystamy z właściwości elektrostatycznych przewodników (powierzchnia przewodnika jest powierzchnią ekwipotencjalną tzn. jest zbiorem punktów o takim samym potencjale elektrycznym) i z zasady zachowania ładunku.



Rys. 3.2.2: Łączenie kondensatorów: a) równoległe, b) szeregowe.

W przypadku kondensatorów połączonych równoległe taka sama różnica potencjałów U_0 jest przyłożona do każdego z kondensatorów (rysunek 3.2.2a), natomiast ładunek, który gromadzi się na kondensatorach jest zależny od ich pojemności ($q_i = C_i U_0$). Całkowity ładunek zgromadzony w baterii kondensatorów jest sumą ładunków zgromadzonych na okładkach poszczególnych kondensatorów ($q = q_1 + q_2 + \dots + q_n = \sum_{i=1}^n q_i$).

Baterię kondensatorów połączonych równoległe można zastąpić jednym kondensatorem o pojemności C_r takiej, że przyłożenie do jego okładek różnicy potencjałów U_0 spowoduje zgromadzenie na nim ładunku q ($q = C_r U_0$). Tak więc, pojemność zastępcza dla układu n kondensatorów połączonych równoległe jest sumą ich pojemności:

$$C_r = \sum_{i=1}^n C_i. \quad (3.2.10)$$

W przypadku gdy różnica potencjałów U_0 przyłożona jest do układu kondensatorów połączonych szeregowo (rysunek 3.2.2b), suma spadków napięć na poszczególnych kondensatorach jest równa przyłożonej różnicy potencjałów ($U_0 = \sum_{j=1}^k U_j$). Zgodnie

z zasadą zachowania ładunku w wyniku ładowania baterii kondensatorów połączonych szeregowo, na kondensatorach zgromadzą się jednakowe ładunki q , a na okładkach kondensatorów wytworzą się różnice potencjałów $U_j = q/C_j$. Wobec tego dochodzimy do zależności:

$$\frac{1}{C_s} = \sum_{j=1}^k \frac{1}{C_j}. \quad (3.2.11)$$

Tak więc, w przypadku układu k kondensatorów połączonych szeregowo odwrotność pojemności zastępczej jest sumą odwrotności pojemności kondensatorów tworzących baterię.

3.2.2 Przebieg pomiarów

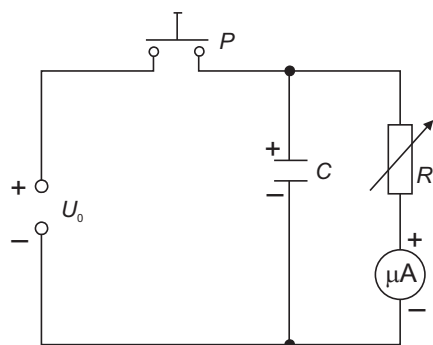
Układ doświadczalny

W skład układu doświadczalnego wchodzi: źródło stabilizowanego napięcia stałego o napięciu $U_0 = 6\text{ V}$, mikroamperomierz o zakresie do $100\text{ }\mu\text{A}$, opornica dekadowa R o zakresie co najmniej $40\text{ k}\Omega$, przycisk załączający P , badane kondensatory, przewody połączeniowe, stoper. Schemat połączeń przedstawiony jest na rysunku 3.2.3.

Przebieg doświadczenia

Wyznaczanie pojemności kondensatora i zgromadzonego na nim ładunku

Na opornicy dekadowej nastawić wstępnie taką wartość, by przy napięciu zasilającym 6 V wartość prądu płynącego w obwodzie nie przekroczyła $2/3$ zakresu mikroamperomierza. Połączyć układ według schematu przedstawionego na rysunku 3.2.3. Sprawdzić poprawność połączonych elementów (sprawdzić biegunowość mikroamperomierza).



Rys. 3.2.3: Schemat układu do wyznaczania pojemności i ładunku kondensatora metodą rozładowania.

Zamknąć obwód wciskając przycisk P . Po ustabilizowaniu się wartości płynącego prądu ustawić tę wartość dokładnie na $80\text{ }\mu\text{A}$, dobierając odpowiednio opór opornicy dekadowej (regulując rezystancję opornicy dekadowej nie wolno doprowadzić do przekroczenia zakresu mikroamperomierza). Zapisać wartość prądu I_0 oraz wartość rezystancji opornicy dekadowej R .

Wcisnąć przycisk P , poczekać do chwili uzyskania stabilnego wskazania $80\text{ }\mu\text{A}$ i następnie rozłączyć obwód poprzez zwolnienie przycisku, jednocześnie uruchamiając stoper. Zatrzymać stoper w chwili przejścia wskazówki mikroamperomierza przez z góry ustaloną wartość prądu I_n . Zapisać tę wartość prądu oraz czas roz-

ładowania kondensatora. Wartości prądu I_n wygodnie jest ustalić jako: 70; 65;... ; 10; 5 μA . Dla danej wartości prądu I_n trzykrotnie powtórzyć pomiar czasu rozładowania kondensatora. Pomiary powtórzyć dla innego kondensatora.

Wyznaczanie pojemności dwóch kondensatorów połączonych równolegle

Zmodyfikować układ pomiarowy włączając w miejsce kondensatora C połączone równolegle kondensatory, których pojemności zostały wcześniej zmierzone. Wyznaczyć pojemność tego układu w analogiczny sposób jak poprzednio.

Wyznaczanie pojemności dwóch kondensatorów połączonych szeregowo

Zmodyfikować układ pomiarowy włączając w miejsce kondensatora C połączone szeregowo kondensatory, których pojemności zostały wcześniej zmierzone. Wyznaczyć pojemność tego układu tą samą metodą co poprzednio.

3.2.3 Opracowanie wyników

Sporządzić wykresy zależności prądu rozładowania I oraz logarytmu $\ln(I/I_0)$ od czasu dla badanych kondensatorów oraz ich połączeń. Metodą regresji liniowej znaleźć wartości stałej czasowej, a następnie obliczyć pojemności badanych kondensatorów i ich połączeń.

Wykorzystując wzory wiążące pojemności kondensatorów tworzących baterię z pojemnościami zastępczymi obliczyć pojemności zastępcze dla używanych tutaj kondensatorów połączonych równolegle i szeregowo.

Przeprowadzić rachunek niepewności metodą różniczki zupełnej. Porównać wartości obliczonych pojemności zastępczych z wartościami wyznaczonymi eksperymentalnie.