

1.9 Pomiar współczynnika lepkości cieczy metodą Stokesa (M16)

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie współczynnika lepkości badanej cieczy. Współczynnik ten należy wyznaczyć w oparciu o pomiary czasu przelotu kulek wody przez cylinder wypełniony cieczą.

Zagadnienia do przygotowania:

- lepkość;
- prawo Stokesa;
- prawa hydrodynamiki.

1.9.1 Podstawowe pojęcia i definicje

Ciecz zwilżająca pokrywa cienką warstwą ciała w niej zanurzone. Załóżmy, że ciałem tym jest metalowa kulka. Gdy kulka jest w ruchu, unosi ze sobą warstwę płynu przylegającego do niej, a także na skutek tarcia wewnątrz samego płynu wprawia w ruch następne jego warstwy. Siła oporu F_T z jaką płyn działa na poruszającą się kulkę wyraża się wzorem Stokesa:

$$F_T = -6\pi\eta r v, \quad (1.9.1)$$

gdzie r jest promieniem kulki, v to prędkość ruchu kulki, a η jest współczynnikiem lepkości. Jeżeli kulka wykonana jest z materiału o gęstości ρ_k , większej od gęstości ρ_p płynu, to ruch zachodzi na skutek działania siły ciężkości:

$$F_G = mg = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_k g. \quad (1.9.2)$$

Na tę kulkę działa również siła wyporu, która z prawa Archimedesesa wynosi:

$$F_W = -mg = -\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_p g. \quad (1.9.3)$$

Wypadkowa siła F działająca na kulkę jest sumą algebraiczną wszystkich tych sił:

$$F = F_T + F_G + F_W. \quad (1.9.4)$$

A zatem:

$$F = -6\pi\eta r v + \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_k g - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_p g. \quad (1.9.5)$$

W tym wyrażeniu pierwszy składnik zależy od prędkości i istnieje taka prędkość graniczna v_0 , przy której wypadkowa siła F jest równa zero. Oznacza to, że kulka porusza się wtedy ruchem jednostajnym. Jeżeli prędkość jest różna od v_0 , to kulka porusza się ruchem przyspieszonym i jej prędkość maleje do chwili osiągnięcia wartości prędkości v_0 . Równanie (1.9.5) jest ściśle tylko wtedy, gdy kulka porusza się w ośrodku o nieograniczonej szerokości i gdy mamy do czynienia z ruchem laminarnym płynu.

Jeżeli kulka porusza się w rurze o promieniu R wypełnionej cieczą pojawia się dodatkowy oprór. Pochodzi on od tarcia pomiędzy warstwami cieczy pociąganych przez kulkę i nieruchomą warstwą cieczy w pobliżu ścianki rury. Ten efekt wprowadza poprawkę do wzoru Stokesa, który przyjmuje teraz postać:

$$F_T = -6\pi\eta r v \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{-n}, \quad (1.9.6)$$

gdzie n jest stałą, która musi zostać wyznaczona eksperymentalnie.

Po uwzględnieniu powyższej poprawki oraz założeniu, że $F = 0$ i $v = l/t$, gdzie t - czas spadania kulki na drodze l , otrzymuje się:

$$\eta = \frac{2(\rho_k - \rho_p)gr^2t}{9l} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^n. \quad (1.9.7)$$

1.9.2 Przebieg pomiarów

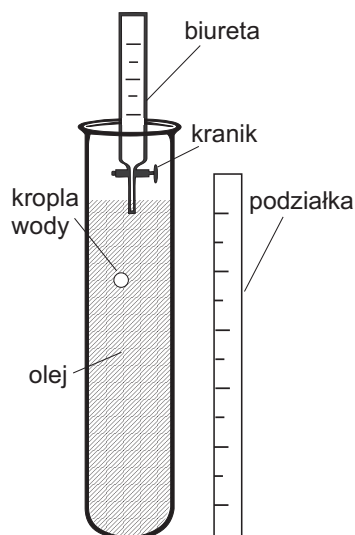
Układ doświadczalny

Do wykonania ćwiczenia potrzebne są następujące elementy aparatury: cylinder szklany, olej, kroplomierz, stoper, termometr, woda destylowana, naczynia połączone do wyznaczania gęstości oleju. Schemat używanej aparatury przedstawiony jest na rysunku 1.9.1.

Przebieg doświadczenia

Za pomocą naczyń połączonych wyznaczyć gęstość ρ_p badanej cieczy (oleju); zmierzyć temperaturę powietrza; zmierzyć wewnętrzną średnicę cylindra.

Wypełnić kroplomierz wodą destylowaną (odczytać objętość wody w kroplomierzu) i wlać wodę do biurety. Wpuścić kulkę wodną do cylindra wypełnionego olejem (możliwie blisko osi cylindra) i zmierzyć czas t w jakim kulka przebywa ustaloną drogę l . Początek drogi należy obrać w odległości kilku centymetrów od powierzchni cieczy (aby kulki poruszały się już ruchem jednostajnym). Koniec drogi natomiast należy obrać w pobliżu dna. Pomiar należy powtórzyć kilkakrotnie notując liczbę obserwowanych kulek i zmiany poziomu wody w kroplomierzu (pozwala to na wyznaczenie promienia kulki). Nie należy zamykać kranika kroplomierza po każdej wypuszczonej kropli, ponieważ prowadziłoby to do powstawania kulek o różnym promieniu. Najlepiej otworzyć kranik tak, aby prędkość wypływu wody pozwalała na wygodne pomiary. Oczywiście zmniejszający się poziom wody w biurecie powo-



Rys. 1.9.1: Schemat wiskozymetru Stokesa.

duże powstawanie coraz mniejszych kulek. Aby zapobiec temu zjawisku należy uzupełniać wodę w biurecie.

Pomiary należy wykonać dla kulek o różnym promieniu. Pozwala to określić wykładnik potęgowy n we wzorze (1.9.7). Wychodząc z założenia, że pomiary muszą dać taką samą wartość współczynnika lepkości dla kulek o promieniu r_1 i r_2 (czas spadania odpowiednio t_1 i t_2) otrzymuje się:

$$n = \frac{\log \left(\frac{r_2^2 t_2}{r_1^2 t_1} \right)}{\log \left(\frac{R-r_1}{R-r_2} \right)}. \quad (1.9.8)$$

Jeżeli pomiary wykonuje się tylko dla jednego rodzaju kulek, to uzyskuje się wynik przybliżony zakładając $\frac{r}{R} = 0$. Dla kulek o promieniu o wiele mniejszym od promienia cylindra założenie $\frac{r}{R} = 0$ jest dobre i nie wnosi dużego błędu do wyznaczonej wartości współczynnika lepkości.

1.9.3 Opracowanie wyników

Gęstość badanej cieczy wyznaczyć z pomiaru przy użyciu naczyń połączonych. W pomiarze tym gęstość badanej cieczy ρ_p (olej) wyznaczana jest w stosunku do gęstości materiału kulek ρ_k (woda destylowana):

$$\rho_p = \rho_k \frac{h_k}{h_p}, \quad (1.9.9)$$

gdzie h_p i h_k są wysokościami słupa badanej cieczy i wody. Wyznaczyć niepewność pomiarową zmierzonej gęstości badanej cieczy.

Mając liczbę wszystkich kulek i znając całkowity ubytek cieczy w biurecie można korzystając ze wzoru na objętość kuli obliczyć średni promień kulki wraz z jego niepewnością pomiarową. Warunkiem poprawności takiego obliczenia jest zachowanie takich samych rozmiarów wszystkich kulek podczas eksperymentu. Warunek ten ustala również poprawność obliczeń dla średniego czasu opadania kulek. Ze zmierzonych czasów opadania kulek obliczyć średni czas opadania wraz z jego niepewnością pomiarową.

Jeżeli wykonano pomiary dla różnych rozmiarów kulek wyznaczyć wykładnik potęgowy n korzystając z równania (1.9.8). W równaniu tym należy użyć obliczonych średnich promieni kulek i średnich czasów spadania. Określić niepewność pomiarową wyznaczonego wykładnika potęgowego. Jeżeli pomiary wykonane zostały dla jednego rodzaju kulek, wtedy w dalszych obliczeniach należy przyjąć $r/R = 0$. Należy wtedy oszacować wpływ tego założenia na wartość wyznaczonego współczynnika lepkości i odpowiednio uwzględnić to w jego niepewności pomiarowej.

Korzystając z wzoru (1.9.7) wyznaczyć wartość współczynnika lepkości. We wzorze tym należy użyć wyznaczonych średnich promieni kulek oraz średnich czasów spadania. Obliczyć niepewność pomiarową wyznaczonego współczynnika lepkości uwzględniając niepewności wszystkich mierzonych wielkości.